



## دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: آمار و احتمال نام دبیر: آیدین مشروطه چی

۱- در جاهای خالی، پاسخ مناسب بنویسید. (۲ نمره)

الف) هر جمله خبری که دارای یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره نامیده می شود. **۵ ص**

ب) مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی دارای ..... تا زیرمجموعه است. **۲ ص**

ج) هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  احتمال نابرابر داشته باشند،  $S$  را فضای نمونه ای با احتمال غیر همبستگی گویند. **۴ ص**

د) عددی به تصادف از ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم، احتمال آنکه عدد بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد، ..... است. **۴ ص**

۲- درستی یا نادرستی هر کدام از عبارات زیر را تعیین کنید. (۲ نمره)

الف) گزاره  $p \Rightarrow p$  یک گزاره همواره درست است.  **۱۱ ص**

ب) اگر  $A$  مجموعه اعداد طبیعی اول یک رقمی و  $B$  مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی باشد، آنگاه حاصلضرب دکارتی دو مجموعه  $(A \times B)$  دارای ۲۵ عضو است.  **۳۵ ص**

ج) تعیین تعداد دانش آموزان علاقه مند به گیم در یک کلاس در حیطه علم احتمال است.  **۴ ص**

ب) فردی را به تصادف انتخاب می کنیم، دو پیشامد: "او متولد ماه مهر باشد" و "او متولد فصل تابستان باشد"، با هم ناسازگارند.

۳- ارزش کدام گزاره مرکب زیر درست است؟ (۵/۰ نمره) **۱۷ سوال ۵ ص**

انتزاعی مقدم

الف) اگر عدد ۴ فرد باشد، آنگاه ۴ مربع کامل نیست. (ب) در یک لوزی دلخواه، دو قطر با هم برابرند.

ج)  $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$  د)  $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$

۴- اگر  $A$  به صورت  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  تعریف شده باشد، کدام گزینه یک افراز برای  $A$  است. (۵/۰ نمره) **۲۱ ص**

الف)  $\{1, 3, 5\}, \{2, 6\}, \{4, 8, 9\}$  ب)  $\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6, 8\}, \{5, 7, 9\}$  ج)  $\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6, 8\}, \{7, 9\}$  د)  $\{1, 3, 7\}, \{2, 6, 8\}, \{5, 7, 9\}$

۵- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال آنکه عدد مشاهده شده، کمتر از ۴ باشد، را تعیین کنید؟ (۵/۰ نمره) **۵ سوال ۲ ص**

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

الف)  $\frac{3}{21}$  ب)  $\frac{6}{21}$  ج)  $\frac{10}{21}$  د)  $\frac{13}{21}$

$$\frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} = \frac{6}{21}$$

۶- موارد زیر را تعریف نمایید: (۱/۵ نمره) ۳ ص

گزاره: جمله خبری است که دارای ارزش درست یا نادرست باشد. ۲ ص  
 مجموعه توانی: مجموعه شامل همه زیر مجموعه‌های یک مجموعه را مجموعه توانی گویند و با  $P(A)$  نشان می‌دهند. ۴ ص  
 فضای نمونه: شامل تمام برآمدها (حالتها) در یک آزمایش تصادفی می‌باشد و با  $\Omega$  نمایش می‌دهند.

۷- الف) یکی از گزینه‌های زیر یک گزاره است، آن را مشخص کرده و ارزش آن را تعیین نمایید. (۰/۵ نمره) ۱۷ سوال ۱

ب) به امید کامیابی شما.  $\times$  خبری نیست. ۱۹۱۷ عددی اول است. ۱۷ سوال ۳ ۱۷ سوال ۳  
 ارزش: نادرست (بر ۳ جنبه‌هاست)

ب) اگر دامنه متغیر گزاره‌نمای مقابل اعداد صحیح باشد، مجموع جواب را بدست آورید. (۰/۵ نمره) ۱۷ سوال ۳

$$x^2 \rightarrow 2n+1 \leq -3 \rightarrow 2n \leq -6 \rightarrow n \leq -3 \rightarrow \{-2, -3, -4, \dots\}$$

ج) نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید: (۱ نمره) ۱۷ سوال ۴

$a \in \{b, c, d\}$        $a \notin \{b, c, d\}$

۲- عددی زوج است یا عدد  $\pi$  گویاست. ۲ عددی زوج نیست و عدد  $\pi$  گویا نیست (فرد است) (گند است)

د) ارزش گزاره سوری زیر را تعیین کرده و نقیض آن را بنویسید. (منظور از مجموعه P همان اعداد اول است) (۱ نمره) ۱۷ سوال ۱۲

$\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P$       نقیض  $\exists n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \notin P$       نادرست (بر ۳:  $2^3 + 1 = 9$ )

۸- جدول ارزش گزاره زیر را کامل نمایید. (۱/۵ نمره) ۱۱ سوال ۲

هدف اصلی سوال:	p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
$>$	$>$	$>$	$>$	$\text{ن}$	$\text{ن}$	$>$
$(P \Rightarrow Q) \equiv (\sim Q \Rightarrow \sim P)$	$>$	$\text{ن}$	$\text{ن}$	$>$	$\text{ن}$	$\text{ن}$
	$\text{ن}$	$>$	$>$	$\text{ن}$	$>$	$>$
	$\text{ن}$	$\text{ن}$	$>$	$>$	$>$	$>$

۹- اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیر مجموعه‌های آن ۳۸۴ تا کم می‌شود، مجموعه A چند زیر مجموعه دارد؟ (۱ نمره)

۲۵ سوال ۱

$$\begin{aligned} 2^n - 2^{n-2} &= 384 \\ 2^{n-2}(2^2 - 1) &= 384 \rightarrow 2^{n-2} = \frac{384}{3} = 128 = 2^7 \\ n-2 &= 7 \rightarrow n = 9 \end{aligned}$$

۱۰- اگر  $A = \{2, x + 2y, 4\}$  و  $B = \{4, 5, x - y\}$  و  $A = B$  باشد، در اینصورت، مقادیر x و y را بیابید. (۰/۵ نمره) ۲۵ سوال ۷

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x + 2y = 5 \\ -(x - y = 2) \\ \hline 3y = 3 \end{matrix} \rightarrow y = 1 \rightarrow x - 1 = 2 \rightarrow x = 3$$

ص ۳۸ سوال ۳

۱۱- الف) عبارت مقابل را به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها ساده کنید و نمودار ون جواب را رسم کنید. (۱ نمره)  $(A \cup B) - B$

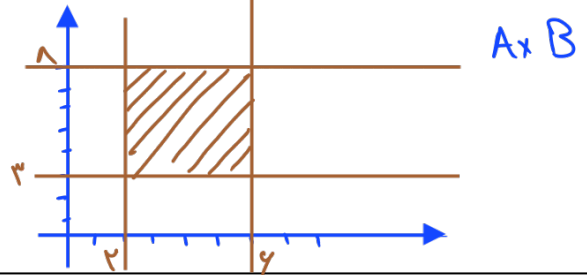
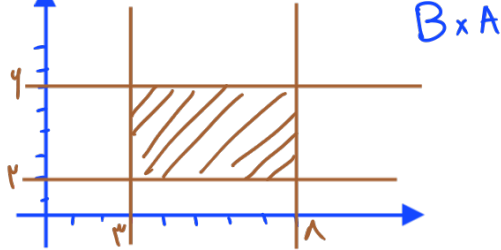
$$= (A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = A \cap B' = A - B$$



ب) درستی عبارت مقابل را به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت نمایید. (۵/۰ نمره)  $(A - B) \cup (A \cap B) = A$  ص ۳۸ سوال ۲

$$\text{ط} = (A \cap B') \cup (A \cap B) \stackrel{\text{فانون بوز}}{=} A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A = \text{ط}$$

۱۲- اگر  $A = [2, 6]$  و  $B = [3, 8]$  باشد، نمودار هر یک از حاصلضرب‌های  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم کنید. (۱ نمره) ص ۳۸ سوال ۲



۱۳- فقط با استفاده از اصول احتمال و قضایای اثبات شده، گزاره‌های زیر را ثابت کنید. (۲ نمره) ص ۴۷ سوال ۲

$(A - B) \cap (A \cap B) = \emptyset$  و  $(A - B) \cup (A \cap B) = A$   
 الف) اگر  $B \subseteq A$  داریم:  $P(A - B) = P(A) - P(B)$

اصل احتمال  $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) = P(A - B) + P(B) \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B)$   
 $B \subseteq A: A \cap B = B$  ص ۴۵

$A \cap A' = \emptyset$ ,  $A \cup A' = U$  اصل احتمال  $P(U) = P(A) + P(A')$   
 $P(U) = P(S) = 1 \rightarrow 1 = P(A) + P(A') \rightarrow P(A') = 1 - P(A)$  ب)  $P(A') = 1 - P(A)$

۱۴- اگر  $S = \{a, b, c, d, e\}$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و  $A = \{a, b\}$  و  $B = \{a, b, c, d\}$  و  $C = \{a, b, e\}$  سه

پیشامد باشند بطوریکه  $P(A) = \frac{2}{5}$  و  $P(B) = \frac{3}{5}$  مقدار  $P(C')$  را بدست آورید. (۲۵/۱ نمره) ص ۴۷ سوال ۳

$$P(B - A) = P(B) - P(A) \Rightarrow P(\{c, d\}) = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5} = \frac{11}{55}$$

$$C' = \{c, d\} \rightarrow P(C') = \frac{11}{55}$$

۱۵- در یک تجربه تصادفی  $S = \{x, y, z\}$  فضای نمونه‌ای است. اگر  $P(x)$  و  $P(y)$  و  $P(z)$  یک دنباله حسابی با قدر نسبت  $\frac{1}{4}$

تشکیل دهند، احتمال وقوع هر کدام از این پیشامدها را به دست آورید. (۲۵/۱ نمره) ص ۴۷ سوال ۴

$$P(x) = t \quad P(y) = t + \frac{1}{4} \quad P(z) = t + \frac{2}{4} \quad P(x) + P(y) + P(z) = 1$$

$$\rightarrow t + t + \frac{1}{4} + t + \frac{2}{4} = 1 \rightarrow 3t + \frac{3}{4} = 1 \rightarrow 3t = \frac{1}{4} \rightarrow t = \frac{1}{12}$$

$$P(x) = \frac{1}{12} \quad P(y) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \quad P(z) = \frac{1}{12} + \frac{2}{4} = \frac{5}{12}$$

نام و نام خانوادگی مصمم: ..... نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده: ..... شماره ورقه به عدد: .....

محل امضا ..... محل امضا ..... شماره ورقه به حرف: .....