



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: هندسه یازدهم نام دبیر: محمد نامدار

سؤال ۱ - جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (۲ نمره)

الف - اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان رو به رو به آن زاویه مقوی ۱۵

ب - هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با

حاصلضرب اندازه‌های دو قاطعی قاطع مقوی ۱۹

ج - طول خط‌المركزین در دو دایره متداخل نسبت به هم، از تفاضل سُماع‌های دو دایره کم‌تر است. مقوی ۲۰

د - یک چندضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه‌ی مقابل آن مکمل باشند. مقوی ۲۷

و - هر تبدیلی که در آن طول پاره خط‌ها بعد از تبدیل همچنان ثابت می‌ماند را تبدیل طول‌ایا می‌نامند. مقوی ۳۲

خ - دوران شیب خط را حفظ می‌کند پس یک تبدیل طول‌ایا است. مقوی ۳۵

سؤال ۲ - انواع زاویه در دایره را نام ببرید و روابط آن‌ها را با رسم شکل بنویسید. (۲، ۵ نمره)

بخش اول فصل اول



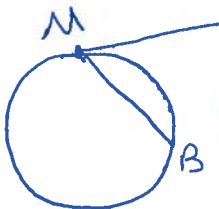
$$\hat{O} = \widehat{AB}$$

۱- زاویه مرکزی



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

۲- زاویه محاطی



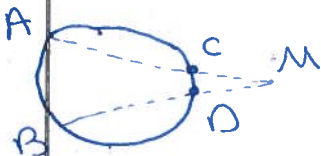
$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

۳- زاویه ظلی



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

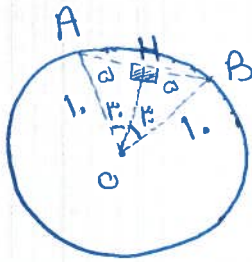
۴- زاویه وتری داخلی



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

۵- زاویه وتری خارجی

سؤال ۳ - در دایره‌ای به مرکز O و شعاع R، اگر اندازه کمان AB برابر با ۶۰ درجه باشد، و بدانیم طول وتر AB برابر با ۱۰ واحد است. فاصله مرکز دایره از وتر AB را به دست بیاورید. (۱ نمره)



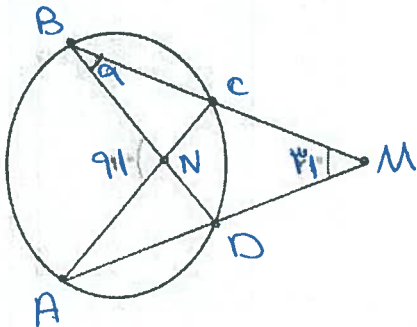
$$\sin 30^\circ = \frac{HB}{OB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a}{OB} \rightarrow OB = OA = 1$$

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} \rightarrow OH = \sqrt{1^2 - a^2} = \sqrt{1 - a^2}$$

$$\rightarrow OH = \sqrt{1 - a^2} = a\sqrt{3}$$

مغزی ۱۷

سؤال ۴ - در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست بیاورید. (توضیح زاویه‌های شکل: زاویه وتری داخلی برابر با ۹۱ درجه بوده و زاویه وتری خارجی برابر با ۳۱ درجه می‌باشد) (۱،۵ نمره)



$$\alpha = \frac{\widehat{CD}}{2} \quad \text{بی دانیم}$$

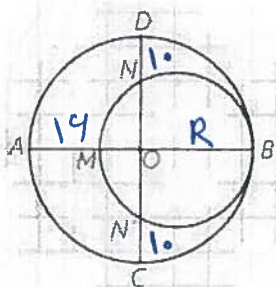
$$M = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \rightarrow 42^\circ = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \quad \text{I}$$

$$N = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} \rightarrow 182^\circ = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} \quad \text{II}$$

دستگاه \rightarrow I, II $\rightarrow \widehat{AB} = 122^\circ, \widehat{CD} = 4^\circ$ $\rightarrow \alpha = \frac{4^\circ}{2} = 2^\circ$

مغزی ۱۴

سؤال ۵ - در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دو دایره بزرگ‌تر بر هم عمودند. اگر $AM = 16$ و $ND = 10$ باشد. اندازه شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید. (۱،۵ نمره)



$$OB \times OM = ON \times ON' \quad \text{برای دایره کوچکتر}$$

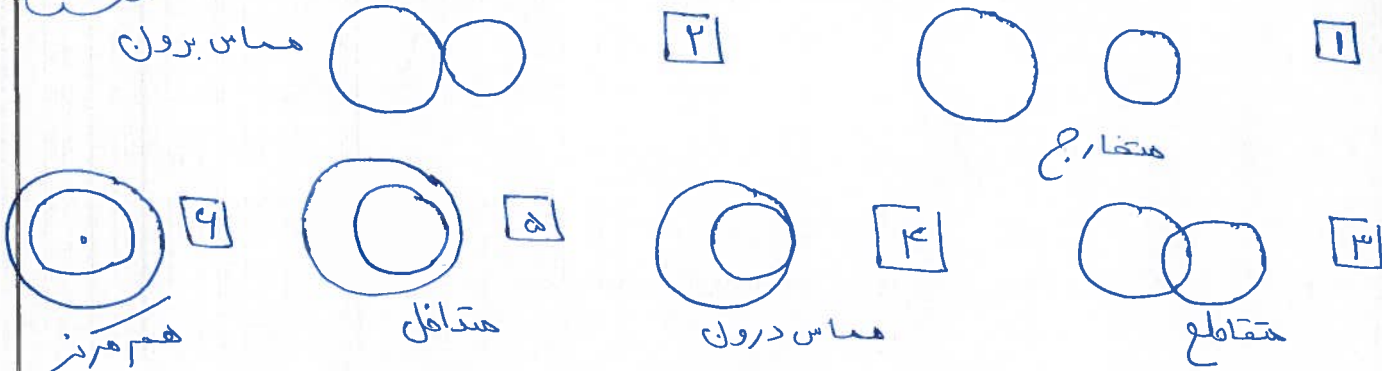
$$R \times (R - 14) = (R - 10) \times (R - 10)$$

$$R^2 - 14R = R^2 - 20R + 100 \rightarrow R = 25$$

$$r = \frac{MB}{2} \rightarrow r = \frac{2R - 14}{2} = \frac{50 - 14}{2} = 17$$

مغزی ۲۳

سؤال ۶ - حالت‌های دو دایره نسبت به هم را فقط با رسم شکل توضیح دهید. (نوشتن رابطه الزامی نیست) (۱,۵ نمره) **صفحه ۲۰**



سؤال ۷ - رابطه‌ی طول مماس مشترک خارجی را در حالتی که دو دایره بر هم مماس هستند، بنویسید. (۰,۵ نمره)

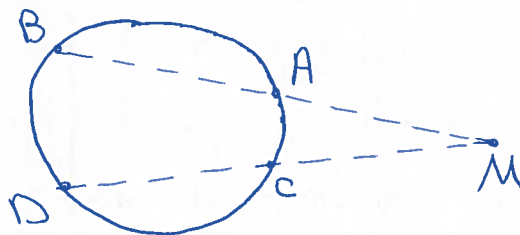
$$TT' = 2\sqrt{RR'}$$

طول مماس مشترک خارجی

صفحه ۲۲

سؤال ۸ - طول مماس مشترک داخلی همواره از طول مماس مشترک خارجی است. (۰,۵ نمره) **جزوه**

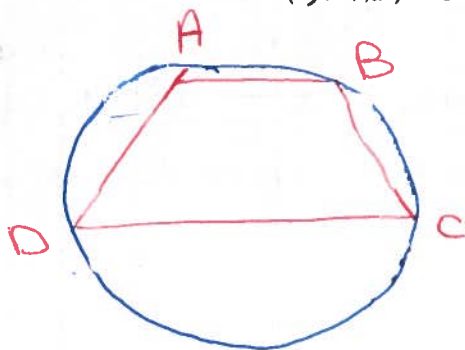
سؤال ۹ - قضیه امتداد وترها را با رسم شکل بنویسید. (نوشتن فرمول الزامی می‌باشد اما اثبات الزامی نمی‌باشد) (۱ نمره)



$$MA \times MB = MC \times MD$$

صفحه ۱۸

سؤال ۱۰ - ثابت کنید یک دوزنقه محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی‌الساقین باشد. (۱,۵ نمره)



$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ : \hat{C} = \hat{D} \rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \quad \square 1$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ : \hat{A} = \hat{B} \rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \quad \square 2$$

از $\square 1$ و $\square 2$ نتیجه می‌شود که $ABCD$ محاطی است.

$$AB \parallel DC \text{ و } AD \text{ مورب} \rightarrow \left. \begin{matrix} A + D = 180^\circ \\ A + C = 180^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow \hat{A} + \hat{D} = \hat{A} + \hat{C}$$

$$\rightarrow \hat{D} = \hat{C} \xrightarrow{\text{قضیه زوایای مقابل مکمل}} \hat{A} = \hat{B}$$

صفحه ۲۹

سؤال ۱۱ - اگر شعاع دایره‌ی محاطی داخلی و شعاع‌های دوایر محاطی خارجی باشند، ثابت کنید رابطه

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_a} \quad \text{برقرار است. (۱,۵ نمره)}$$

می‌دانیم: $r_c = \frac{s}{p-c}$ و $r_b = \frac{s}{p-b}$ و $r_a = \frac{s}{p-a}$ و $r = \frac{s}{p}$

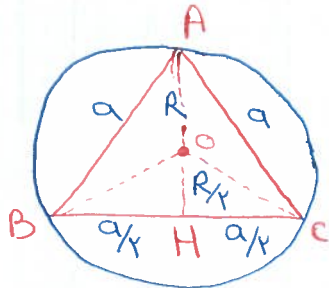
$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{s}{p-a}} + \frac{1}{\frac{s}{p-b}} + \frac{1}{\frac{s}{p-c}}$$

$$\rightarrow \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s} = \frac{3p - (a+b+c)}{s} = \frac{3p - 2p}{s} = \frac{p}{s}$$

صفحه ۲۹

و می‌دانیم $\frac{p}{s} = \frac{1}{r}$ می‌باشد

سؤال ۱۲: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی را به دست آورید که در دایره‌ای به شعاع R محاط شده است. (۱,۵ نمره)



$$OH = \frac{OA}{2} \rightarrow OH = \frac{R}{2} \rightarrow AH = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} \quad \text{I}$$

$$AH^2 = H^2 + a^2 \rightarrow AH = \sqrt{H^2 + a^2}$$

$$\rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad \text{II}$$

$$\text{II} = \text{I} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{3}{2} R \rightarrow a = \sqrt{3} R$$

صفحه ۲۹

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} R)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

(۱ نمره)

سؤال ۱۳ - ویژگی‌های بازتاب را نام ببرید. (فقط نام ببرید، رسم شکل الزامی نمی‌باشد)

۱- موقعیت مثل را تغییر می‌دهد ۲- اندازه‌ها را حفظ می‌کند

۳- شیب را حفظ نمی‌کند ۴- زاویه‌ها را حفظ می‌کند

صفحه ۳۵

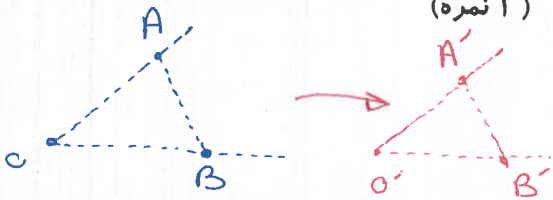
سؤال ۱۴ - در تبدیل بازتاب، اگر خطی موازی و یا عمود بر محور بازتاب باشد، شیب خط حفظ می‌شود.

(۰,۵ نمره)

صفحه ۳۵

سؤال ۱۵ - نشان دهید هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می کند.

(۱ نمره)



$$O' = T(O)$$

$$A' = T(A)$$

$$B' = T(B)$$

تبدیل ایزومتري طولها را حفظ می کند

$$OA = O'A'$$

$$OB = O'B'$$

$$AB = A'B'$$

منضمین

$$\triangle OAB \cong \triangle OA'B'$$

مغزی ۳۴

پس اجزای متناظر هم برابرند پس $O = O'$

سؤال ۱۶ - در موارد (الف) تا (د)، گزینه مناسب را انتخاب کنید. (۱ نمره)

در هر بازتاب تبدیل یافته‌ی هر مثلث یک (الف) است که با مثلث اولیه (ب) است.
می دانیم بازتاب در حالت کلی شیب خط را (ج) و دوران موقعیت شکل را (د)

مغزی ۳۴

مغزی ۳۵

الف : ۱ - نقطه ثابت ، ۲ - مثلث ، ۳ - خط

ب : ۱ - متشابه ، ۲ - هم نهشت ، ۳ - هیچ کدام

ج : ۱ - حفظ نمی کند ، ۲ - حفظ می کند

د : ۱ - ثابت نگه می دارد ، ۲ - حفظ نمی کند

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تمدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

نمره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا