



دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: موضوع امتحان: هندسه یازدهم - خرداد ماه نام دبیر: محمد زینالی نامدار

سؤال (۱) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (۲,۲۵ نمره - هر مورد ۰,۲۵)

الف: یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن باشند.

مقابل

ب: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با مقابله

ج: اگر فاصله یک خط تا مرکز دایره‌ای برابر با ۳ سانتی‌متر باشد و شعاع دایره برابر با ۴ سانتی‌متر باشد، وضعیت خط و دایره نسبت به هم می‌باشد و نقطه مشترک دارند.

د: هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را می‌کند.

ه: در هر تبدیل، نقطه را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق باشد، می‌گویند.

نقطه ثابت تبدیل

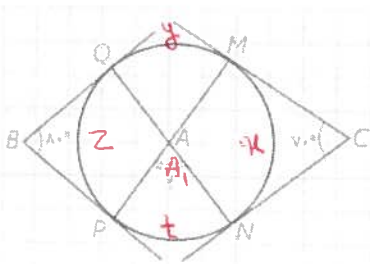
و: انتقال یک تبدیل است و جهت شکل را حفظ می‌کند (می‌کند - نمی‌کند)

طولیا

ی: در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه رو به رو آن ضلع برابر است با اندازه دایره محیطی مثلث.

قطر

سؤال (۲) در شکل مقابل اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه A چند درجه است؟ (۱,۲۵ نمره)



$$V_0 = \frac{(y+z+t) - \alpha}{2} \rightarrow 140 = (y+z+t) - \alpha$$

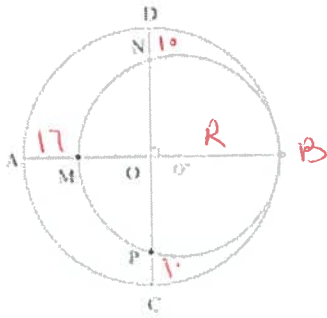
$$V_0 = \frac{(y+\alpha+t) - z}{2} \rightarrow 140 = (y+\alpha+t) - z$$

$$\rightarrow 140 = 2(y+t) \rightarrow y+t = 70$$

$$\hat{A}_1 = \frac{y+t}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

سؤال ۳) در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس هستند. و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر AM = 16

و ND = 10 باشند. شعاع های دو دایره را پیدا کنید. (۱,۲۵ نمره)

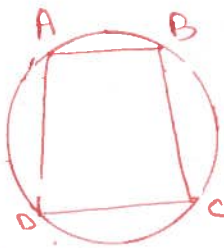


$$OB \times OM = ON \times OP \rightarrow R(R-16) = (R-10)(R-10)$$

$$R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \rightarrow 4R = 100 \rightarrow R = 25$$

$$r = \frac{MB}{2} \rightarrow r = \frac{2R - 16}{2} = \frac{50 - 16}{2} = 17$$

سؤال ۴) ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد. (۱,۵ نمره)



محل: ABCD محاطی است
 حکم: متساوی الساقین است

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \quad \hat{C} = \hat{D} \rightarrow A + C = 180^\circ \quad \text{III}$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \quad \hat{A} = \hat{B} \rightarrow B + D = 180^\circ \quad \text{IV}$$

محاطی ABCD است

حکم: ذوزنقه متساوی الساقین است

محل: ذوزنقه محاطی است

$$AB \parallel CD \text{ و } AD \text{ مورب} \rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \rightarrow \hat{A} + \hat{D} = \hat{A} + \hat{C} \rightarrow \hat{D} = \hat{C}$$

سؤال ۵) ویژگی های انتقال را بنویسید (۱ نمره)

- ۱- تبدیل طولی است
- ۲- شیب خط را حفظ می کند
- ۳- اندازه زوایه ها را حفظ می کند
- ۴- موقعیت شکل را حفظ می کند

سؤال ۶) ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند (۱ نمره)



الف) نقطه O روی خط AB باشد

در این حالت واضح است که نقاط A' و B' میانگین های A و B روی خط واقع می شوند و شیب روی خط راست همواره ثابت است

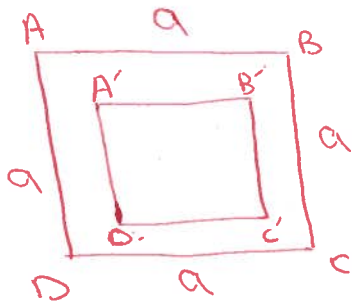


ب) نقطه O خارج از خط AB باشد

$$\left. \begin{array}{l} OA' = k \times OA \\ OB' = k \times OB \end{array} \right\} \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k$$

عکس متقابل $\rightarrow AB \parallel A'B'$

سؤال ۷) یک مربع را در تجانس با نسبت تجانس $\frac{2}{3}$ و به مرکز محلی تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید. (۱,۵ نمره)



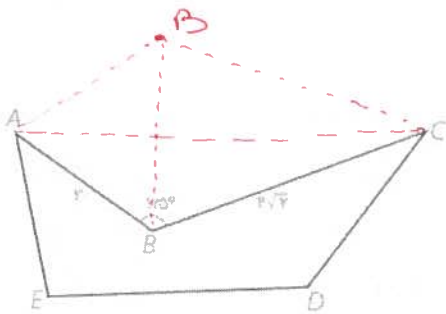
$$\frac{S'}{S} = k^2 \rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{A'B'C'D'}} = \frac{9}{4}$$

$$S_{ABCD} = \frac{9}{4} S_{A'B'C'D'}$$

$$\frac{9}{4} S_{A'B'C'D'} - S_{A'B'C'D'} = 5 \rightarrow \frac{5}{4} S' = 5 \rightarrow S' = 4$$

$$\rightarrow S = 9 \rightarrow a = 3 \rightarrow P = 12$$

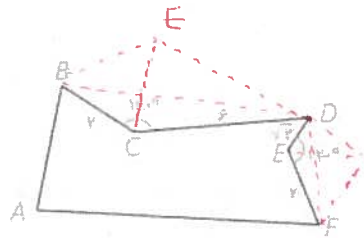
سؤال ۸) دو زمین به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آنکه محیط آن‌ها تغییری نکند مساحتش را افزایش بدهیم. در هر دو مورد میزان افزایش مساحت را به دست آورید. (۲ نمره)



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 13 \times 4 \sqrt{2} \sin 135^\circ = 4$$

چون دو مثلث خارج $\rightarrow 4 \times 3 = 12$

۷+۳=۱۰ افزایش



$$S_{BED} = 2 \times 4 \times \sin 120^\circ \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\xrightarrow{\text{مقدار}} 2 \times 3 = 6$$

$$S_{EDF} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \sin 120^\circ$$

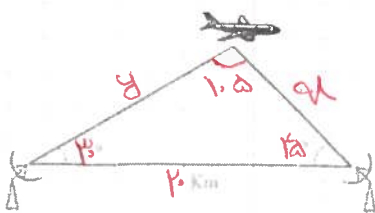
$$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

سؤال ۹) تجانس مستقیم و غیرمستقیم را تعریف کنید (۰,۵)

در تجانس مستقیم و نسبت $k > 1$

در تجانس غیرمستقیم و نسبت $k < 1$

سؤال ۱۰) دو ایستگاه رادار که در فاصله ۲۰ کیلومتری از هم واقع‌اند، هواپیمایی را با زاویه‌های ۳۰ و ۴۵ درجه رصد کرده‌اند. فاصله هواپیما را از دو ایستگاه به دست آورید. (۱,۵ نمره)

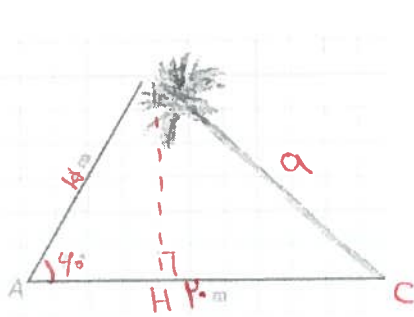


$$\frac{20}{\sin 105^\circ} = \frac{y}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$\rightarrow \frac{20}{194} = \frac{y}{0.5} \rightarrow y \approx 10.4$$

$$\frac{20}{194} = \frac{x}{17.07} \rightarrow x \approx 14.7$$

سؤال ۱۱) یک درخت کج از نقطه A روی زمین که در فاصله ۱۵ متری از نوک درخت است به زاویه ۶۰ درجه دیده می‌شود. اگر فاصله A تا پای درخت برابر با ۲۰ متر باشد، طول درخت و سینوس زاویه‌ای که درخت با سطح زمین می‌سازد را محاسبه کنید.



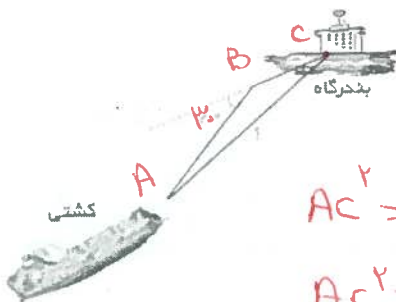
$$a^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \times 15 \times 20 \times \cos 60^\circ \quad (1, 25 \text{ نمره})$$

$$a^2 = 325 \rightarrow a = 5\sqrt{13} \quad \text{طول درخت}$$

$$\frac{5\sqrt{13}}{\sin 60^\circ} = \frac{15}{\sin C} \rightarrow \frac{15 \times \sqrt{13}}{5\sqrt{13}} = \sin C$$

$$\sin C = \frac{3\sqrt{13}}{2\sqrt{13}}$$

سؤال ۱۲) یک کشتی از یک نقطه با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت در یک جهت در حرکت است و یک ساعت بعد با ۳۰ درجه انحراف به راست با سرعت ۴۰ کیلومتر در ساعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و یک ساعت و نیم پس از آغاز حرکتش در یک بندر پهلو می‌گیرد. فاصله بندرگاه از مبدأ حرکت کشتی چند کیلومتر است؟ (۱,۵ نمره)



$$AB = 60 \times 1 = 60 \text{ km}$$

$$BC = 40 \times \frac{1}{2} = 20 \text{ km}$$

$$AC^2 = 60^2 + 20^2 - 2 \times 60 \times 20 \times \cos 150^\circ$$

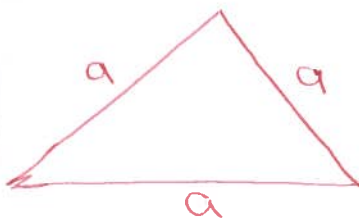
$$AC^2 = 3600 + 400 - 2 \times 1200 \times (-\sqrt{3}/2)$$

$$AC^2 = 4000 (1 + \sqrt{3})$$

$$AC = 20 \sqrt{10 + 3\sqrt{3}}$$

سؤال ۱۳) دستور محاسبه مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون به دست آورید. (نوشتن رابطه

هرون و رابطه الزامی می‌باشد) (۱ نمره)

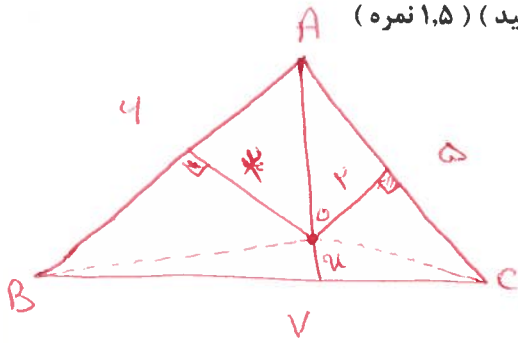


$$P = \frac{3a}{2}$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-a)(P-a)}$$

$$S = \sqrt{\frac{3a}{2} \times \left(\frac{3a}{2} - a\right)^3} = \sqrt{\frac{3a^4}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

سؤال ۱۴) در مثلث ABC به اضلاع ۵ و ۶ و ۷ سانتی متر، نقطه‌ای که از اضلاع به طول‌های ۵ و ۶ به فاصله ۲ و ۳ سانتی متر است از ضلع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای دارد؟ (راهنمایی از مساحت مثلث استفاده کنید) (۱،۵ نمره)



$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC}$$

$$P_{ABC} = \frac{5+7+7}{2} = 9$$

$$S_{ABC} = \sqrt{9 \times 2 \times 3 \times 4} = 4\sqrt{6}$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$S_{AOC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$$

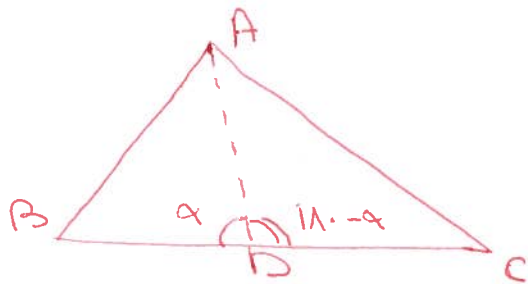
$$S_{BOC} = \frac{1}{2} \times 7 \times x = \frac{7x}{2}$$

$$4\sqrt{6} = 4 + 7.5 + \frac{7x}{2}$$

$$4\sqrt{6} - 11.5 = \frac{7x}{2}$$

$$x = 0.2$$

سؤال ۱۵) رابطه قضیه استوارت را با رسم شکل بنویسید. (۱ نمره)



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

موفق باشید - نامدار