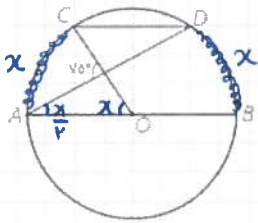


در دایره رسم شده شکل مقابل $AB \parallel CD$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.



$$\frac{x}{y} + x + 105 = 180 \rightarrow \frac{x}{y} + x = 75$$

$$x + 2x = 150 \rightarrow \boxed{x = 50}$$

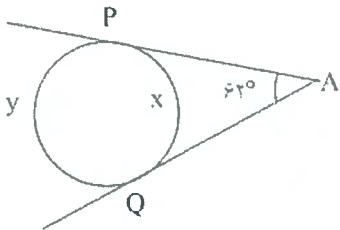
$$x + \widehat{CD} + x = 180$$

$$\widehat{CD} = 180 - 2(50) = \boxed{80}$$

۱/۵

۶

با توجه به شکل x و y را بیابید.



$$\frac{y-x}{y} = \frac{1}{2} \rightarrow y-x = \frac{1}{2}y$$

$$y+x = \frac{3}{2}y$$

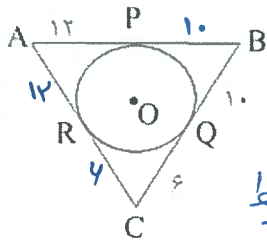
$$2y = 48 \rightarrow \boxed{y = 24}$$

$$\boxed{x = 11}$$

۱/۵

۷

محیط مثلث ABC در شکل زیر را بیابید.



می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از نقطه‌ای خارج از دایره باهم برابرند.

$$\text{محیط } \triangle P = 22 + 18 + 12 = 52$$

۱

۸

طول خط‌المركزين دو دایره‌ی مماس درونی ۲ سانتی‌متر و مساحت ناحیه‌ی محدود بین آن‌ها 16π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.

$$d = 2 \xrightarrow{\text{مماس درونی}} R - R' = 2$$

$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 14\pi \rightarrow R^2 - R'^2 = 14 \rightarrow (R - R')(R + R') = 14$$

$$R + R' = 7$$

$$\begin{cases} R - R' = 2 \\ R + R' = 7 \end{cases}$$

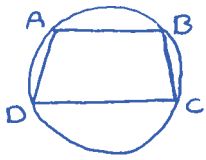
$$\underline{2R = 9} \rightarrow \boxed{R = 4.5}, \quad \boxed{R' = 2.5}$$

۲

۹

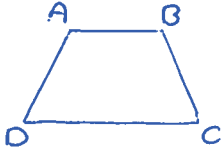
ثابت کنید یک ذوزنقه، محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.

فرض: ذوزنقه محاطی است حکم: ذوزنقه متساوی الساقین است



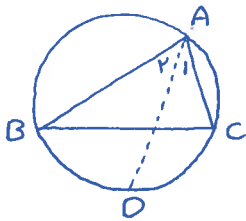
$$\hat{A} + \hat{C} = 180 \quad \hat{A} + \hat{D} = 180 \quad \hat{C} = \hat{D}$$

فرض: ذوزنقه متساوی الساقین است حکم: ذوزنقه محاطی است.



$$\hat{A} + \hat{D} = 180 \quad \hat{C} = \hat{D} \quad \hat{A} + \hat{C} = 180$$

ثابت کنید عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه‌ی مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره‌ی محیطی مثلث قطع می‌کنند.



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \rightarrow \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2} \rightarrow \widehat{CD} = \widehat{BD}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{CD = BD}$$

هی دانیم اگر فاصله نقطه‌ای از دو سر پایه خط به یک اندازه باشد روی عمود منصف قرار دارد پس

عمود منصف BC نیز از D می‌گذرد.

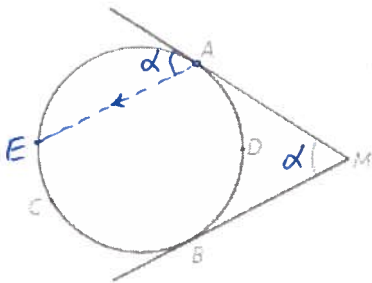
$$d = \frac{5}{6}, R' = \frac{1}{2}, R = \frac{1}{3}$$

وضعیت دو دایره را نسبت به هم در حالت زیر تعیین کنید.

$$R + R' = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} = d$$

دو دایره تماس بیرونی هستند.

در شکل زیر ثابت کنید:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$$

$$\text{چون } \alpha = \frac{\widehat{AE}}{2} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{BCE}}{2} \quad \widehat{BCE} = \widehat{ADB} \quad \hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$$

