



## دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: یازدهم ریاضی ..... موضوع امتحان: آمار نام دبیر: چوبانی

۱- عبارات زیر را تعریف کنید. (۱,۵ نمره)

- الف) منطق ریاضی دستور زبان ریاضی یا مطلقاً و تحلیل مفاخر جمله‌های است که در ریاضی به کار برده می‌شود.  
 ب) گزاره جمله‌ای است خبری که دارای ارزش درست یا نادرست می‌باشد.  
 ج) مجموعه دسته‌ای از اشیاء صحیفه و دو به دو هم‌باز را مجموعه‌ای گویند.

۲- کدام یک از جملات زیر گزاره است؟ (۱ نمره)

- الف) هر مربع یک لوزی است. گزاره است  
 ب) لطفاً مرا در کلاس پذیرید. گزاره نیست  
 ج) هر که بامش بیش برفش بیشتر گزاره است  
 د) آیا فردا مدرسه تعطیل است؟ گزاره نیست

۳- جدول ارزش‌گذاری  $P \leftrightarrow Q$ ,  $P \rightarrow Q$ ,  $P \vee Q$ ,  $P \wedge Q$  را بنویسید. (۲ نمره)

P	Q	$P \wedge Q$	P	Q	$P \vee Q$	P	Q	$P \rightarrow Q$	P	Q	$P \leftrightarrow Q$
د	د	د	د	د	د	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	د	د	ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	د

۴- ارزش گزاره‌های زیر را بنویسید. (۲ نمره)

- الف) عدد فرد است اگر و تنها اگر ۴ عدد مرکب باشد. نادرست  
 ب)  $(1 \in \{1, 2, 3\}) \vee (4/3 \neq 12/9)$  درست  
 ج)  $(5 > 3) \wedge ((-1)2 + 1 \neq 0)$  درست  
 د) اگر ۹ بر ۲ بخش پذیر باشد آنگاه ۹ بر ۳ هم بخش پذیر است. درست
- $\left. \begin{array}{l} \text{اگر و تنها اگر} \\ \text{نادرست} \end{array} \right\} >$   
 $\left. \begin{array}{l} \text{انفک} \\ \text{د} \end{array} \right\} \rightarrow$

$$P \rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$$

۵- گزاره  $(P \wedge \sim Q) \rightarrow (P \vee Q)$  را ساده کنید. (انمره)

$$\sim (P \wedge \sim Q) \vee (P \vee Q) \Rightarrow (\sim P \vee Q) \vee (P \vee Q)$$

استدلال پندیری

$$\Rightarrow \underbrace{(\sim P \vee P)}_U \vee \underbrace{(Q \vee Q)}_Q = U$$

هیچ درست

$$\sim (P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q$$

۶- با استفاده از جدول ارزش گزارشی قانون دموورگان را اثبات کنید. (۲ انمره)

$$\sim (P \wedge Q) = \sim P \vee \sim Q$$

P	Q	$P \vee Q$	$\sim (P \vee Q)$	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

۷- گزاره های سوری زیر را به زبان ریاضی برگردانید و درستی یا نادرستی آن ها را بنویسید. (۲ انمره)

الف) جذر بعضی از اعداد طبیعی از خود عدد طبیعی بزرگتر است.

$$\exists x \in \mathbb{N}; \sqrt{x} > x$$

سور وجودی

گزاره سوری نادرست زیرا جذر هیچ عدد طبیعی از خودش بزرگتر نیست.

ب) نصف هر عدد صحیح از خود آن کوچکتر است.

$$\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x}{2} < x$$

سور عمومی

گزاره سوری نادرست زیرا  $x = -1$  یک مثال نقیض برای این گزاره است.

۸- نقیض گزاره های سوری زیر را بنویسید. (انمره)

$$\exists x \in \mathbb{P}; x \neq 2k+1 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$\forall x \in \mathbb{P}; x = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{N}) \quad \text{الف}$$

$$\forall x \in \mathbb{Z}; (x \leq 0) \vee (1 - 2x \leq 5)$$

$$\exists x \in \mathbb{Z}; ((x > 0) \wedge (1 - 2x > 5)) \quad \text{ب}$$

۹- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید. (۲ انمره)

$$1) [(A-B) - (B-A)]' = A' \cup B = [(A \cap B') \cap (B-A)'] = [(A \cap B') \cap (B \cap A)']$$

$$= [(A \cap B')' \cup (B \cap A)'] = [(A' \cup B) \cup (B \cap A)'] = A' \cup [B \cup (B \cap A)'] = A' \cup B$$

جذب B

$$2) [(A - (A-B)) \cup (A \cap B)]' = U$$

$$[A \cap (A \cap B)'] \cup (A' \cup B) = [A \cap (A' \cup B)] \cup (A' \cup B) = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$$

جذب  $A \cap B$

۱۰- اعضای مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 10x^2 + 3x - 1 = 0\}$  را مشخص کنید و مجموعه توانی آن را بنویسید.

$$D = b^2 - 4ac \rightarrow D = 3^2 - 4(10)(-1) = 49 \quad x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad (1, 5 \text{ نمره})$$

$$\rightarrow x_1, x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2(10)} = \frac{-3 \pm 7}{20} = \frac{4}{20}, \frac{-10}{20} \quad \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \quad -\frac{10}{20} = -\frac{1}{2}$$

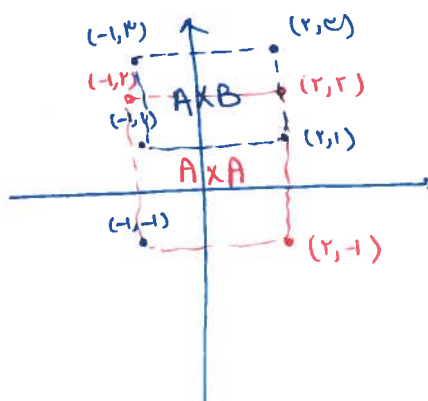
$$A = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right\} \quad P(A) = \left\{\emptyset, \left\{-\frac{1}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{5}\right\}, \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right\}\right\} \quad \text{مجموعه توانی } A$$

۱۱- اگر  $A = [-1, 2]$  و  $B = [1, 3]$  باشد آنگاه ضرب  $A \times B$  و  $A^2$  را بنویسید و نمودار آنها را رسم کنید.

$$A = \{-1, 2\} \quad B = \{1, 3\} \quad (2 \text{ نمره})$$

$$A \times B = \{(-1, 1), (-1, 3), (2, 1), (2, 3)\}$$

$$A \times A = \{(-1, -1), (-1, 2), (2, 2), (2, -1)\}$$



۱۲- با استفاده از روش عضوگیری دلخواه، خاصیت توزیع پذیری «U» نسبت به «∩» را ثابت کنید. (انمره)

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\left\{x \in U \mid x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)\right\} = \left\{x \in U \mid (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C)\right\}$$

$$= (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

۱۳- قوانین جذب را به وسیله جبر مجموعه ها اثبات کنید. (انمره)

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$(A \cap U) \cup (A \cap B) = A \cap (U \cup B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$(A \cup \emptyset) \cap (A \cup B) = A \cup (\emptyset \cap B) = A$$

موفق باشید

..... شماره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

..... شماره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا

