



## دبیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: ..... کلاس: ..... موضوع امتحان: پایان ترم نام دبیر: ناصری

۱. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

- دنباله ثابت را می توان به عنوان دنباله حسابی و هندسی در نظر گرفت. ✓
- زاویه ۲۳۵ درجه در ربع چهارم دایره مثلثاتی قرار می گیرد. ✗
- گویا شده عبارت  $\frac{2}{\sqrt{2}}$  عدد  $\sqrt{2}$  است. ✓
- معادله  $x^2 + 1 = 0$  دارای ۲ ریشه حقیقی است. ✗

۲. جاهای خالی را پر کنید. (۱ نمره)

- مجموعه اعداد طبیعی را می توان یک مجموعه نا منتهای در نظر گرفت. (متناهی نامتناهی)
- علامت sin در ربع دوم دایره مثلثاتی مثبت است. (مثبت - منفی)
- ریشه چهارم عدد ۱۶ برابر ۲ و -۲ است.

۳. حاصل هر یک از عبارت های زیر را بیابید. (۱ نمره)

$$(2, +\infty) - (1, 4) = (2, +\infty)$$

$$(1, 5) \cap (2, 4) = [2, 4)$$

۴. اگر  $n(A) = 15$  و  $n(A \cap B) = 5$  و  $n(A \cup B) = 30$  باشد در این صورت  $n(B)$  را بدست آورید. (۱ نمره)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 15 + n(B) - 5 \rightarrow n(B) = 20$$

۵. در یک دنباله حسابی مجموع ۳ جمله اول برابر ۳ و مجموع ۳ جمله بعدی ۳۹ است دنباله را مشخص کنید. (۱.۵ نمره)

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 3 \\ a_4 + a_5 + a_6 &= 39 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 39 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3a_1 + 3d = 3 \\ 3a_1 + 12d = 39 \end{cases} \rightarrow a_1 = -3, d = 4$$

$$\boxed{a_n = 4n - 7}$$

۶. جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ است دنباله را مشخص کنید. (۱.۲۵ نمره)

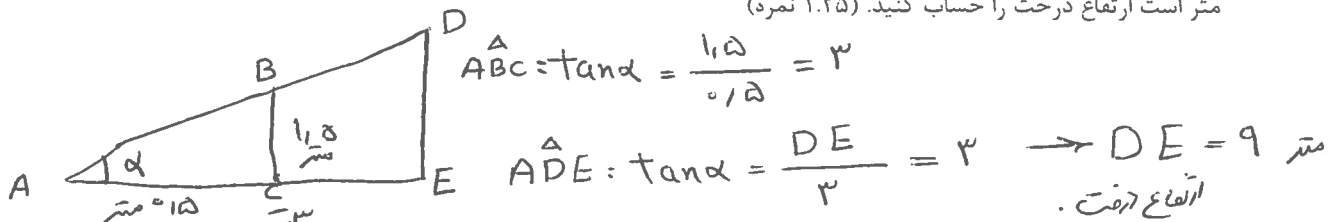
$$a_3 = a_1 r^2 = 12$$

$$a_6 = a_1 r^5 = 96 \quad \div$$

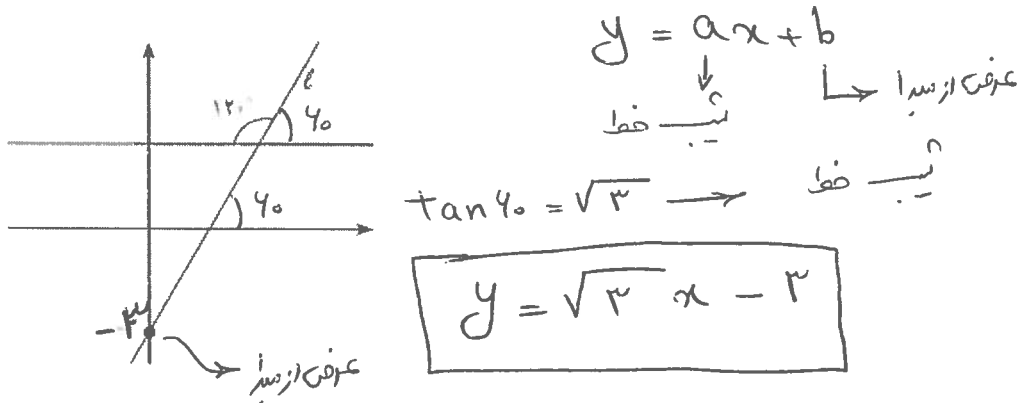
$$r^3 = 8 \rightarrow r = 2, \quad a_1 = 3$$

$$a_n = 3 \times 2^{n-1}$$

۷. علی می خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه آن ۳ متر است حساب کند. قد علی ۱.۵ متر و طول سایه او در همان لحظه ۰.۵ متر است ارتفاع درخت را حساب کنید. (۱.۲۵ نمره)



۸. با توجه به شکل زیر معادله خط L را بیابید (۱ نمره)



۹. اگر  $\tan \alpha = 2$  و  $\alpha$  در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را بدست آورید (۱.۵ نمره)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{1}{5} = 1 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{2}$$

۱۰. اتحاد زیر را ثابت کنید (۱ نمره)

$$\frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \tan \theta \rightarrow \frac{1 + \tan \theta}{1 + \cot \theta} = \frac{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

۱۱. در مربع های زیر علامت  $\Rightarrow$  قرار دهید (۱ نمره)

$$(0.5)^2 \begin{array}{|c|} \hline \diagdown \\ \hline \end{array} (0.5)^3$$

$$(-2)^2 \begin{array}{|c|} \hline \diagdown \\ \hline \end{array} (-2)^3$$

$$(-0.5)^3 \begin{array}{|c|} \hline \diagup \\ \hline \end{array} (-0.5)^5$$

$$4^2 \begin{array}{|c|} \hline \diagup \\ \hline \end{array} 4^3$$

۱۲. هر یک از عبارت های زیر را تا حد امکان ساده کنید (۱.۵ نمره) (به ۲ مورد از ۳ مورد خواسته شده پاسخ دهید)

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$$

$$3x^2 + 4x - 7 \rightarrow P = 3x^2 + 4x - 7 \rightarrow 3P = 9x^2 + 12x - 21 \rightarrow 3P = (3x)^2 + 4(3x) - 21$$

$$3P = (3x + 7)(3x - 3) \rightarrow P = \underline{(3x + 7)(x - 1)}$$

۱۳. مخرج کسر های زیر را گویا کنید. (۱.۵ نمره)

$$\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$\frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)} = \frac{(x+8)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{x+8}$$

۱۴. معادله زیر را به روش مربع کامل حل کنید. (۱ نمره)

$$x^2 + 2x = -3 \xrightarrow{+(\frac{b}{a})^2} x^2 + 2x + 1 = -2 \rightarrow (x+1)^2 = -2$$

معادله جواب حقیقی ندارد

۱۵. معادله زیر را به روش تجزیه حل کنید (۱ نمره)

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x+7)(x-4) = 0 \rightarrow x = -7, x = 4$$

۱۶. معادله زیر را به روش کلی (دلتا) حل کنید (۱.۲۵ نمره)

$$a = 3$$

$$b = 4$$

$$3x^2 + 4x + 1 = 0 \quad c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 14 - 4(3)(1) = 2 > 0$$

حقیقی ۲

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 2}{4} = \frac{-2}{4} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 2}{4} = -1 \end{aligned} \right.$$

۱۷. اختلاف سنی ۲ برادر با یکدیگر ۴ سال است اگر ۴ سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۶۰ شود سن هر کدام چقدر است (۱.۲۵ نمره)

(با تشکیل معادله درجه ۲ حل کنید)

$$\left. \begin{aligned} \text{سن برادر ۱} &= x - 4 \\ \text{سن برادر ۲} &= x \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{۴ سال بعد}} \\ x \\ x + 4 \end{array}$$

$$x(x + 4) = 60 \rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x + 10)(x - 6) = 0$$

$$\text{سن برادر ۱: } 4 - 4 = 0 \text{ سال}$$

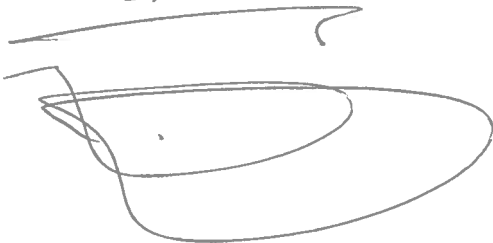
$$x = -10 \quad \text{غ.ق.ق}$$

$$\text{سن برادر ۲} = 6 \text{ سال}$$

$$x = 6 \quad \checkmark$$

موفق باشید

ناصری



نام و نام خانوادگی مصحح:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نمره ورقه به عدد:

محل امضا

محل امضا

نمره ورقه به حروف: